KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2017

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	Wyznaczamy rozwiązania równania $x^2+2x-3=0$: $x_1=1, x_2=-3$, zatem dane równanie będzie miało cztery rozwiązania, jeśli równanie $x^2+x-m=0$ będzie miało dwa rozwiązania różne od 1 i -3. Stąd: $\Delta>0\wedge f(1)\neq 0\wedge f(-3)\neq 0$, gdzie $f(x)=x^2+2x-3=0$. Stąd: $m>-\frac{1}{4}\wedge m\neq 2\wedge m\neq 6$.
2.	A	Dzielnikami są liczby: 1, x, x^2, x^3, x^4, y, y^2, xy, xy^2, x^2y, x^2y^2, x^3y, x^3y^2, x^4y, x^4y^2.
3.	B	Równanie przekształcamy do postaci: $\lvert 2x^2+1\rvert=3\Rightarrow 2x^2+1=3\vee 2x^2+1=-3\Rightarrow 2x^2=2\vee 2x^2=-4\Rightarrow x=1\vee x=-1$, drugie równanie sprzeczne
4.	C	$W(1)=4\wedge W(-3)=-16\wedge W(x)=(x-1)(x+3)P(x)+ax+b$. Układamy układ równań: $\begin{cases}a+b=4\\-3a+b=-16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=-1\end{cases}\Rightarrow R=5x-1$
5.	D	Oznaczamy a,a,α – odpowiednio krawędź podstawy i krawędź boczna prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa i kąt między ścianami ostrosłupa nieprostopadłymi do płaszczyzny podstawy. Obliczamy pozostałe krawędzie boczne: $a\sqrt{2},a\sqrt{3},a\sqrt{2}$. Obliczamy wysokość ściany bocznej opuszczonej na najdłuższą krawędź boczną, np. z pola: $\frac{1}{2}x\cdot a\sqrt{3}=\frac{1}{2}a\cdot a\sqrt{2}\Rightarrow x=a\sqrt{\frac{2}{3}}$ Korzystamy z twierdzenia cosinusów: $\left(a\sqrt{2}\right)^2=x^2+x^2-2\cdot x\cdot x\cos\alpha\Rightarrow$ $\left(a\sqrt{2}\right)^2=\left(a\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2+\left(a\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2-2\cdot\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cos\alpha\Rightarrow\cos\alpha=-\frac{1}{2}$

Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	3 1 2	$y=5-2x\wedge W(x)=8x^3+y^3=(2x+y)\left(4x^2-2xy+y^2\right)\Rightarrow$ $W(x)=5\left[4x^2-2x(5-2x)+(5-2x)^2\right]\Rightarrow$ $W(x)=60x^2-150x+125$ Wyrażenie jest trójmianem kwadratowym o współczynniku $a>0$, zatem przyjmuje wartość najmniejszą dla $x_w=\frac{150}{120}=\frac{5}{4}$, czyli wartość ta wynosi $W\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{125}{4}=31{,}25$.	0–2

Zobacz fragment strona 338
Zobacz fragment strona 395

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
7.	6 1 5	Niech a, b, c, d, x będą odpowiednio podstawami, ramionami i środkową trapezu. Korzystamy ze wzoru na środkową trapezu i twierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu: $x=\frac{a+b}{2}\Rightarrow a+b=2x\wedge c+d=a+b$, więc obwód trapezu jest równy $4x=\frac{8}{13}\approx 0{,}61538...$	0–2
8.	3 9 1	$(x-7)^2+(y+3)^2=4\Rightarrow S=(7,-3), r=2$. Obliczamy odległość środka okręgu od prostej l: $d(S,l)=\frac{\lvert 3\cdot 7+4\cdot(-3)-11\rvert}{\sqrt{9+16}}\Rightarrow d(S,l)=\frac{2}{5}$. Obliczamy długość cięciwy AB: $\left(\frac{1}{2}\lvert AB\rvert\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2=4\Rightarrow \lvert AB\rvert=\frac{8\sqrt{6}}{5}\approx 3{,}919$.	0–2

Zobacz fragment
strona 28

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
9.	Rozwiązanie: Wyznaczamy pochodną funkcji: $f'(x)=\frac{4(x-3)-4x}{(x-3)^2}=-\frac{12}{(x-3)^2}, x\in R\setminus\{3\}$. Prosta l ma współczynnik kierunkowy równy $a_l=-\frac{1}{2}$, zatem prosta k prostopadła do niej ma współczynnik kierunkowy $a_k=2$. Mamy więc z interpretacji geometrycznej pochodnej równanie: $-\frac{12}{(x-3)^2}=2\Rightarrow (x-3)^2=-6$, a to równanie jest sprzeczne, gdyż lewa strona w dziedzinie funkcji jest dodatnia, a prawa jest ujemna.	0–3
	Istotny postęp: Wyznaczenie pochodnej funkcji $f'(x)=-\frac{12}{(x-3)^2}, x\in R\setminus\{3\}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: $-\frac{12}{(x-3)^2}=2$	2
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $(x-3)^2=-6$ – równanie jest sprzeczne, gdyż lewa strona w dziedzinie funkcji jest dodatnia, a prawa jest ujemna, zatem nie istnieje taki punkt, że styczna poprowadzona do krzywej w tym punkcie była prostopadła do prostej l.	3
10.	Rozwiązanie: Niech liczba $m\in ZW$, wtedy $\frac{2x}{x^2+4}=m$, przekształcamy równanie do postaci trójmianu kwadratowego z parametrem: $mx^2-2x+4m=0$ i zapisujemy, dla jakich wartości parametru m ma rozwiązanie: Dla $m=0$ równanie ma postać: $-2x=0$, więc ma rozwiązanie. Dla $m\neq 0$ równanie ma rozwiązanie, gdy $\Delta\geq 0\Rightarrow 4-16m^2\geq 0\Rightarrow m\in\left\langle -\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle\setminus\{0\}$. Uwzględniając oba przypadki, wyznaczamy sumę rozwiązań i otrzymujemy zbiór wartości funkcji: $ZW=\left\langle -\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle$.	0–4
	Postęp: Zapisanie równania kwadratowego z parametrem: $mx^2-2x+4m=0$	1
	Istotny postęp: Rozważenie przypadku $m=0$: równanie ma postać: $-2x=0$, więc ma rozwiązanie	2

Zobacz fragment
strona 17

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozważenie przypadku: $m \neq 0$: $\Delta \geq 0 \Rightarrow 4-16m^2 \geq 0 \Rightarrow m \in \left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \setminus \{0\}$	3
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie sumy rozwiązań i podanie odpowiedzi: $ZW = \left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$	4
11.	Rozwiązanie: Niech ciąg (a_n) będzie geometryczny zbieżny o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie q. Mamy wykazać, że $S_{niep.} \geq 4a_3 \wedge \lvert q \rvert < 1$. Zapisujemy sumę wszystkich wyrazów nieparzystych ciągu zbieżnego: $S = \frac{a_1}{1-q^2}$, zatem: z treści zadania otrzymujemy nierówność: $\frac{a_1}{1-q^2} \geq 4a_1q^2$, przekształcamy tę nierówność równoważnie: $\frac{a_1}{1-q^2} \geq 4a_1q^2 \Rightarrow \frac{1}{1-q^2} \geq 4q^2$, gdyż możemy podzielić obie strony przez $a_1 > 0$, stąd: $\frac{1-4q^2+4q^4}{1-q^2} \geq 0$, więc $\frac{(1-2q^2)^2}{1-q^2} \geq 0$ – ta nierówność jest prawdziwa, gdyż licznik jest zawsze liczbą nieujemną jako kwadrat liczby rzeczywistej i równy 0 dla $q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, q_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow q_1, q_2 \in (-1,1)$, a mianownik jest liczbą dodatnią ze względu na warunek $\lvert q \rvert < 1$	0–2
	Istotny postęp: Zapisanie nierówności: $\frac{a_1}{1-q^2} > 4a_1q^2$, $\lvert q \rvert < 1$	1
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: Zapisanie nierówności w postaci: $\frac{(1-2q^2)^2}{1-q^2} \geq 0$ i uzasadnienie tezy zadania: nierówność jest prawdziwa, gdyż licznik jest zawsze liczbą nieujemną jako kwadrat liczby rzeczywistej, a mianownik jest liczbą dodatnią ze względu na warunek $\lvert q \rvert < 1$.	2
12.	Rozwiązanie: Zapisujemy nierówność w postaci: $4\cos^2 2x - 3 < 0 \Rightarrow \lvert \cos 2x \rvert < \frac{\sqrt{3}}{2}$ Rozwiązujemy nierówność: $\cos 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \cos 2x < \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ $2x \in \left(\frac{\pi}{6}+2k\pi, \frac{5\pi}{6}+2k\pi\right) \cup \left(\frac{7\pi}{6}+2k\pi, \frac{11\pi}{6}+2k\pi\right) \Rightarrow$ $x \in \left(\frac{1}{12}\pi+k\pi, \frac{5}{12}\pi+k\pi\right) \cup \left(\frac{7}{12}\pi+k\pi, \frac{11}{12}\pi+k\pi\right)$ Wyznaczamy część wspólną rozwiązań z przedziałem $\langle 0, 2\pi \rangle$: $x \in \left(\frac{1}{12}\pi, \frac{5}{12}\pi\right) \cup \left(\frac{7}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi\right)$ $\cup \left(\frac{13}{12}\pi, \frac{17}{12}\pi\right) \cup \left(\frac{19}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi\right)$	0–3
	Postęp: Zapisanie równości w postaci: $\cos 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \cos 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie nierówności w postaci ogólnej: $x \in \left(\frac{1}{12}\pi+k\pi, \frac{5}{12}\pi+k\pi\right) \cup \left(\frac{7}{12}\pi+k\pi, \frac{11}{12}\pi+k\pi\right)$	2
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie części wspólnej z przedziałem $\langle 0, 2\pi \rangle$ i zapisanie rozwiązania: $x \in \left(\frac{1}{12}\pi, \frac{5}{12}\pi\right) \cup \left(\frac{7}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi\right) \cup \left(\frac{13}{12}\pi, \frac{17}{12}\pi\right) \cup \left(\frac{19}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi\right)$	3

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
13.	Rozwiązanie: Zapisujemy wszystkie przypadki liczb, których suma cyfr jest równa 4: 1) 4 na początku i 19 zer 2) 3 na początku, 1 i 18 zer lub 1 na początku, 3 i 18 zer 3) 2 na początku, 2 i 18 zer 4) 2 na początku i dwie 1 i 17 zer lub 1 na początku, 2, 1 i 17 zer 5) 1 na początku, trzy 1 i 16 zer Obliczamy liczbę liczb w każdym przypadku: 1) jedna liczba 2) $19+19=38$ 3) 19 4) $\binom{19}{2}+19\cdot 18=513$ 5) $\binom{19}{3}=969$ Korzystamy z reguły dodawania i otrzymujemy odpowiedź: $1+38+19+513+969=1540$	0–4
	Postęp: Zapisanie wszystkich przypadków liczb, których sumą cyfr jest 4: 1) 4 na początku i 19 zer 2) 3 na początku, 1 i 18 zer lub 1 na początku, 3 i 18 zer 3) 2 na początku, 2 i 18 zer 4) 2 na początku i dwie 1 i 17 zer lub 1 na początku, 2, 1 i 17 zer 5) 1 na początku, trzy 1 i 16 zer i zapisanie, że jest jedna liczba z 4 na początku (lub podanie liczby liczb w innym przypadku)	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie liczby liczb w innych przypadkach: 2) $19+19=38$, 3) 19, 4) $\binom{19}{2}+19\cdot 18=513$, 5) $\binom{19}{3}=969$	3 (2 pkt, jeśli pominięto co najwyżej dwa przypadki)
	Rozwiązanie pełne: Obliczenie sumy i podanie odpowiedzi: $1+38+19+513+969=1540$	4
14.	Rozwiązanie: Wyznaczamy współrzędne wektorów: $\vec{AB}=[2,6]$, $\vec{CD}=[4,12]$, łatwo sprawdzić, że $2\vec{AB}=\vec{CD}$, więc wektory są równoległe, czyli odcinki również są równoległe. Obliczamy długości odcinków: $\lvert AB\rvert=\sqrt{40}$, $\lvert CD\rvert=\sqrt{160}$. Obliczamy skalę jednokładności, uwzględniając treść zadania (skala dodatnia): $k=\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{40}}=\sqrt{4}=2$ Szukamy środka jednokładności: $S=(x,y)\Rightarrow \vec{SC}=2\vec{SA}\wedge \vec{SD}=2\vec{SB}$ Zapisujemy równanie: $[-2-x,-10-y]=2[-1-x,-2-y]$ lub $[2-x,2-y]=2[1-x,4-y]$ Rozwiązujemy jedno z równań: $S=(0,6)$	0–4
	Istotny postęp: Wyznaczenie współrzędnych wektorów: $\vec{AB}=[2,6]$, $\vec{CD}=[4,12]$ i sprawdzenie, że $2\vec{AB}=\vec{CD}$, więc wektory są równoległe, czyli odcinki również są równoległe.	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie długości odcinków: $\lvert AB\rvert=\sqrt{40}$, $\lvert CD\rvert=\sqrt{160}$ i obliczenie skali jednokładności uwzględniając, że skala jest dodatnia: $k=2$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie współrzędnych środka jednokładności: $S=(0,6)$	4 (3 pkt, jeśli przy dobrej metodzie popełniono błąd rachunkowy)
15.	Rozwiązanie: Wprowadzamy oznaczenia: *ABCS* – dany ostrosłup o wierzchołku *S* i spodku wysokości *S′* *SD* – wysokość ściany bocznej *BCE* – otrzymany przekrój $\lvert\angle SAS'\rvert=\alpha$, $\lvert\angle EDA\rvert=\frac{\alpha}{2}$ Rozpatrujemy trójkąt *ADE*: $\lvert\angle AED\rvert=180^\circ-\alpha-\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\lvert\angle AED\rvert=180^\circ-\frac{3}{2}\alpha$, $\lvert AD\rvert=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ Korzystamy z twierdzenia sinusów w tym trójkącie $\frac{\lvert AD\rvert}{\sin\left[180^\circ-\frac{3}{2}\alpha\right]}=\frac{\lvert DE\rvert}{\sin\alpha}$, stąd: $\lvert ED\rvert=\frac{a\sqrt{3}\sin\alpha}{2\sin\frac{3}{2}\alpha}$ Obliczamy pole przekroju $P_{BCE}=\frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{3}\sin\alpha}{2\sin\frac{3}{2}\alpha}\Rightarrow P_{BCE}=\frac{a^2\sqrt{3}\sin\alpha}{4\sin\frac{3}{2}\alpha}$	0–4
	Istotny postęp: Wprowadzenie oznaczeń: *ABCS* – dany ostrosłup o wierzchołku *S* i spodku wysokości *S′* *SD* – wysokość ściany bocznej *BCE* – otrzymany przekrój $\lvert\angle SAS'\rvert=\alpha$, $\lvert\angle EDA\rvert=\frac{\alpha}{2}$	1
	Istotny postęp: Zapisanie danych dla trójkąta *ADE*: $\lvert\angle AED\rvert=180^\circ-\frac{3}{2}\alpha$, $\lvert AD\rvert=\frac{a\sqrt{3}}{2}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie wysokości przekroju: $\lvert ED\rvert=\frac{a\sqrt{3}\sin\alpha}{2\sin\frac{3}{2}\alpha}$	3
	Rozwiązanie pełne: Obliczenie pola przekroju: $P_{BCE}=\frac{a^2\sqrt{3}\sin\alpha}{4\sin\frac{3}{2}\alpha}$	4
16.	Rozwiązanie: *A* – wylosowanie kuli białej z losowo wybranej urny po rozmieszczeniu białych kul B_1, B_2 – odpowiednio wylosowanie urny I, wylosowanie urny II *n* – liczba kul białych dołożonych do urny I, $n\in\{0,1,2,3\}$ $P(A/B_1)=\frac{n}{7+n}$, $P(A/B_2)=\frac{3-n}{6-n}$ $P(B_1)=\frac{1}{2}$, $P(B_2)=\frac{1}{2}$ $P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{n}{n+7}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3-n}{6-n}=\frac{6n-n^2+3n+21-7n-n^2}{2(n+7)(6-n)}=\frac{-2n^2+2n+21}{2(n+7)(6-n)}$ Zapisujemy równanie: $\frac{-2n^2+2n+21}{2(n+7)(6-n)}=\frac{17}{72}$ Rozwiązujemy równanie: $(n=2\vee n=-\frac{21}{55})\wedge n\in\{0,1,2,3\}\Rightarrow n=2$	0–4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Wprowadzenie oznaczeń: A – wylosowanie kuli białej z losowo wybranej urny po rozmieszczeniu białych kul B_1, B_2 – odpowiednio wylosowanie urny I, wylosowanie urny II n – liczba kul białych dołożonych do urny I, $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ $P(B_1)=\frac{1}{2},\ P(B_2)=\frac{1}{2}$	1
	Istotny postęp: Zapisanie prawdopodobieństw: $P\left(A/B_1\right)=\frac{n}{7+n}, P(A/B_2)=\frac{3-n}{6-n},\ n \in \{0, 1, 2, 3\}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{n}{n+7}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3-n}{6-n}=\frac{6n-n^2+3n+21-7n-n^2}{2(n+7)(6-n)}=\frac{-2n^2+2n+21}{2(n+7)(6-n)}$	3
	Rozwiązanie pełne: Zapisanie równania $\frac{-2n^2+2n+21}{2(n+7)(6-n)}=\frac{17}{72}$ i rozwiązanie go w dziedzinie: $n=2$	4
17.	Rozwiązanie: Niech $f(x)=x^2+(2m+1)x-3m^2-\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}$ Równanie $x^2+(2m+1)x-3m^2-\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}=0$ ma dwa rozwiązania wtedy, gdy: $(\Delta>0 \wedge f(4)>0 \wedge x_W<4)$ $\Delta=16m^2+6m, m_1=-\frac{3}{8}, m_2=0 \Rightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m\in\left(-\infty,-\frac{3}{8}\right)\cup(0,+\infty)$ $f(4)=-3m^2+\frac{15}{2}m+\frac{81}{4}, f(4)>0 \Leftrightarrow m\in\left(\frac{5-\sqrt{133}}{4},\frac{5+\sqrt{133}}{4}\right)$ $x_W<4 \Leftrightarrow -\frac{2m+1}{2}<4 \Rightarrow m\in\left(-\frac{9}{2},+\infty\right)$ Wyznaczamy część wspólną wszystkich warunków: $m\in\left(\frac{5-\sqrt{133}}{4},-\frac{3}{8}\right)\cup\left(0,\frac{5+\sqrt{133}}{4}\right)$	0–4
	I część: Zapisanie i rozwiązanie warunków istnienia dwóch różnych pierwiastków: $\Delta>0 \Leftrightarrow m\in\left(-\infty,-\frac{3}{8}\right)\cup(0,+\infty)$	1
	II część: Rozwiązanie warunków: oba pierwiastki mniejsze od 4: $f(4)>0 \vee x_W<4$ $f(4)=-3m^2+\frac{15}{2}m+\frac{81}{4}, f(4)>0 \Leftrightarrow m\in\left(\frac{5-\sqrt{133}}{4},\frac{5+\sqrt{133}}{4}\right)$ lub rozwiązanie warunku: $x_W<4 \Leftrightarrow -\frac{2m+1}{2}<4 \Rightarrow m\in\left(-\frac{9}{2},+\infty\right)$	1
	Rozwiązanie warunku: $f(4)=-3m^2+\frac{15}{2}m+\frac{81}{4}, f(4)>0 \Leftrightarrow m\in\left(\frac{5-\sqrt{133}}{4},\frac{5+\sqrt{133}}{4}\right)$ i rozwiązanie warunku: $x_W<4 \Leftrightarrow -\frac{2m+1}{2}<4 \Rightarrow m\in\left(-\frac{9}{2},+\infty\right)$	1
	III część: Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań wszystkich warunków: $m\in\left(\frac{5-\sqrt{133}}{4},-\frac{3}{8}\right)\cup\left(0,\frac{5+\sqrt{133}}{4}\right)$	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
18.	Rozwiązanie: Wprowadzamy oznaczenia: $ABCD$ – dany prostokąt $\|AB\| = x, \|BC\| = y$ Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa: $4R^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow y = \sqrt{4R^2 - x^2}$ Wyznaczamy pole prostokąta: $P = xy \Rightarrow P(x) = x\sqrt{4R^2 - x^2}$, $D = (0, 2R)$, zatem $P(x) = \sqrt{4R^2x^2 - x^4}$ Wprowadzamy funkcję pomocniczą $f(x) = 4R^2x^2 - x^4$ $f'(x) = 8R^2x - 4x^3$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8R^2x - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = R\sqrt{2} \vee x = -R\sqrt{2}$ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, R\sqrt{2}\right) \wedge f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(R\sqrt{2}, 2R\right)$, zatem funkcja rośnie w przedziale $\left(0, R\sqrt{2}\right)$ i maleje w przedziale $\left(R\sqrt{2}, 2R\right)$, więc w punkcie $x = R\sqrt{2}$ funkcja osiąga maksimum będące największą wartością funkcji Funkcji $f(x)$, więc również funkcji $P(x)$ $P\left(R\sqrt{2}\right) = 2R^2$	0–7
	I część: Wyznaczenie wzoru funkcji określającej pole czworokąta Zapisanie zależności między bokami prostokąta $y = \sqrt{4R^2 - x^2}$	1
	Wyznaczenie wzoru na pole prostokąta: $P(x) = \sqrt{4R^2x^2 - x^4}$	1
	Zapisanie dziedziny funkcji: $x \in (0, 2R)$	1
	II część: Zbadanie pochodnej i wyznaczenie ekstremum Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji pomocniczej $f'(x) = 8R^2x - 4x^3$	1
	Wyznaczenie miejsca zerowego pochodnej: $x = R\sqrt{2}$	1
	Zbadanie znaków pochodnej i zapisanie wniosku dotyczącego minimum funkcji: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, R\sqrt{2}\right) \wedge f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(R\sqrt{2}, 2R\right)$, zatem funkcja rośnie w przedziale $\left(0, R\sqrt{2}\right)$ i maleje w przedziale $\left(R\sqrt{2}, 2R\right)$, więc w punkcie $x = R\sqrt{2}$ funkcja osiąga maksimum będące największą wartością funkcji f, więc również funkcji P	1
	III część: Wyznaczenie największej wartości funkcji: $P\left(R\sqrt{2}\right) = 2R^2$	1

TWÓJ KOD DOSTĘPU
DO GIEŁDY MATURALNEJ

→ ZOBACZ NA NASTĘPNEJ STRONIE